



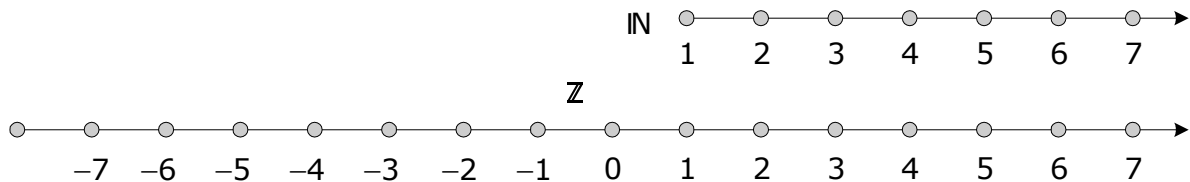
a) Wähle eine große Zahl, zum Beispiel eine Million.

**Schätze**, wie lange es dauert, bis zu dieser Zahl zu zählen. **Lösungsbeispiel**

Meine Zahl: 100 000 geschätzte Dauer: ca. 2 Tage

Bei zwei Sekunden pro Zahl dauert es 200 000 Sekunden = 2 d 7 h 33 min 20 s.

b) Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen (positive ganze Zahlen). Diese Graphik erweckt den Anschein, als wäre die Anzahl der natürlichen Zahlen kleiner als die Anzahl der ganzen Zahlen. Es sind jedoch genauso viele: unendlich viele.



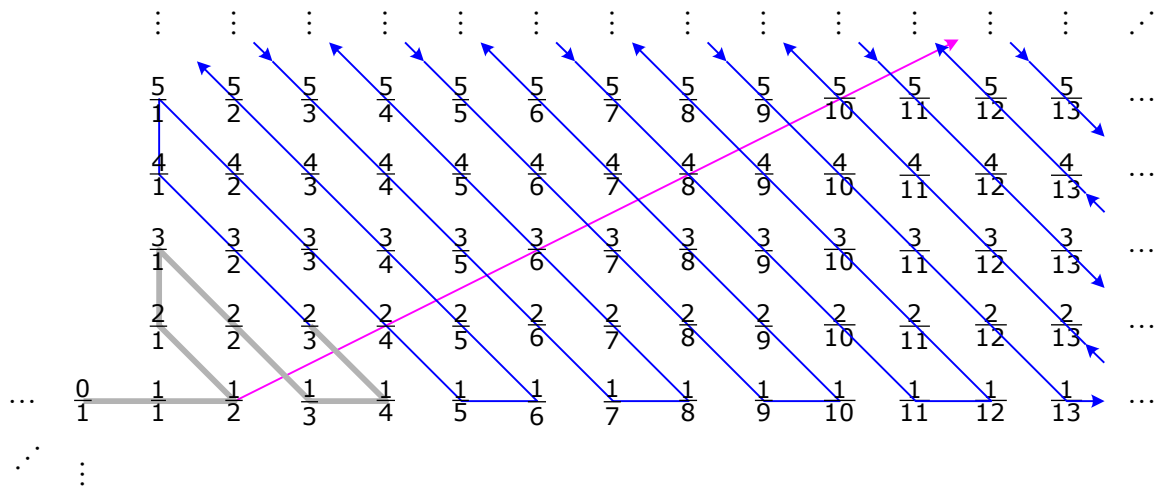
Doch wo soll man mit dem Zählen anfangen? Man zählt 0; +1; -1; +2; -2; ...

**Gib** den Platz der Zahl 42 bei dieser Zählweise **an**: 42 steht auf Platz Nr. 84.

0; 1; -1; 2; -2; 3; -3; 4; -4; 5; -5; 6; -6; 7; -7; 8; -8; 9; -9; 10; -10; 11; -11; 12; -12; 13; -13; 14; -14; 15; -15; 16; -16; 17; -17; 18; -18; 19; -19; 20; -20; 21; -21; 22; -22; 23; -23; 24; -24; 25; -25; 26; -26; 27; -27; 28; -28; 29; -29; 30; -30; 31; -31; 32; -32; 33; -33; 34; -34; 35; -35; 36; -36; 37; -37; 38; -38; 39; -39; 40; -40; 41; -41; 42.

c) Beispiele für rationale Zahlen zwischen 0 und 1:  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{41}{42}$  0,375

d) Auch die rationalen Zahlen kann man entlang einer Linie zum Zählen anordnen:



Wahlaufgabe: Bearbeite *einen* der Arbeitsaufträge.

- Man startet bei 0. **Setze** die graue Linie des Abzählmusters **fort**. **siehe oben**
- Man startet bei 0. **Gib** die zehnte Zahl **an**, die auf diese Weise gezählt wird.  $\frac{3}{2}$
- **Begründe**: Jede rationale Zahl wird auf diese Weise gezählt, denn in jeder Zeile werden nach rechts alle Nenner 1, 2, 3, ... bis unendlich aufgezählt, und in den Zeilen werden von unten nach oben alle Zähler 1, 2, 3, ... bis unendlich mit diesen Nennern kombiniert. Es gibt keinen Bruch, der dabei nicht irgendwo vorkommt. Fortsetzen nach links unten ergibt alle negativen rationalen Zahlen.
- Einige rationale Zahlen werden mehrfach gezählt; Beispiele  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$
- **Verbinde** alle Darstellungen der Zahl 0,5 in der Abbildung. **siehe oben**
- Man startet bei 0 und überspringt Mehrfachnennungen. **Gib** die 42. Zahl **an**: 10  
Lösungsweg: alle markierten Zahlen im Schema auf der nächsten Seite zählen

- Ist dir etwas anderes aufgefallen? **Zeichne** oder **beschreibe** deine Beobachtung.

	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$\frac{13}{1}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{13}{3}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{13}{6}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{13}{9}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{13}{11}$	$\frac{13}{12}$		...
	$\frac{12}{1}$				$\frac{12}{5}$		$\frac{12}{7}$				$\frac{12}{11}$		$\frac{12}{13}$	...
	$\frac{11}{1}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{11}{7}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{11}{10}$		$\frac{11}{12}$	$\frac{11}{13}$	...
42. → Zahl	$\frac{10}{1}$		$\frac{10}{3}$				$\frac{10}{7}$		$\frac{10}{9}$		$\frac{10}{11}$		$\frac{10}{13}$	...
	$\frac{9}{1}$	$\frac{9}{2}$		$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{5}$		$\frac{9}{7}$	$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{10}$	$\frac{9}{11}$		$\frac{9}{13}$	...
	$\frac{8}{1}$		$\frac{8}{3}$		$\frac{8}{5}$		$\frac{8}{7}$		$\frac{8}{9}$		$\frac{8}{11}$		$\frac{8}{13}$	...
	$\frac{7}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{7}{6}$		$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{13}$	...
	$\frac{6}{1}$				$\frac{6}{5}$		$\frac{6}{7}$				$\frac{6}{11}$		$\frac{6}{13}$	...
	$\frac{5}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$		$\frac{5}{11}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{13}$	...
	$\frac{4}{1}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{7}$		$\frac{4}{9}$		$\frac{4}{11}$		$\frac{4}{13}$	...
	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$		$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{11}$		$\frac{3}{13}$	...
1. Zahl ↓	$\frac{2}{1}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{7}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{11}$		$\frac{2}{13}$	...
0	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	...

Individuelle Beobachtungen, zum Beispiel

- In der linken Spalte mit dem Nenner 1 und in der unteren Zeile mit dem Zähler 1 wird keine Zahl übersprungen.
- In der Spalte mit den Halben wird jede zweite Zahl übersprungen, in der Spalte mit den Dritteln jede dritte Zahl, aber in der Spalte mit den Vierteln jede 2. Zahl.
- In der Zeile mit dem Zähler 2 wird jede zweite Zahl übersprungen, in der Zeile mit den Dritteln jede dritte Zahl, aber in der Zeile mit den Vierteln jede 2. Zahl.
- Die Darstellungen der Zahl 1 liegen auf der Winkelhalbierenden.
- In der Zeile mit dem Zähler 13 wird die 13. Zahl übersprungen, in der Spalte mit dem Nenner 13 wird die 13. Zahl übersprungen, nämlich die 1.
- Die Darstellungen der Zahl 1 liegen auf einer Geraden mit der Steigung 1.  
Die Darstellungen der Zahl 0,5 liegen auf einer Geraden mit der Steigung 0,5.  
Die Darstellungen der Zahl 0,25 liegen auf einer Geraden mit der Steigung 0,25.  
Die Darstellungen der Zahl 0,2 liegen auf einer Geraden mit der Steigung 0,2.  
Die Darstellungen der Zahl 0,75 liegen auf einer Geraden mit der Steigung 0,75.

usw.